



TITLE:

セル・オートマトン法及び平均場
近似を用いた教室内の私語形成モ
デル (数学と生命現象の連関性の探
究:新しいモデリングの数理)

AUTHOR(S):

久保, 裕貴; 田川, 一希; 板木, 好弘; 島谷, 健一郎

CITATION:

久保, 裕貴 ...[et al]. セル・オートマトン法及び平均場近似を用いた教室内の私語形成モデル (数学と生命現象の連関性の探究:新しいモデリングの数理). 数理解析研究所講究録 2014, 1887: 18-22

ISSUE DATE:

2014-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/195731>

RIGHT:

セル・オートマトン法及び平均場近似を用いた教室内の私語形成モデル

A study on the process of private conversation in the classroom based on cellular automata and mean-field approximation

*久保裕貴・*田川一希・**板木好弘・***島谷健一郎

*九州大学大学院システム生命科学府、**島根大学総合理工学部、***統計数理研究所

*Yuki Kubo, *Kazuki Tagawa, **Yoshihiro Itaki and ***Ken-ichiro Shimatani

*Graduate School of Systems Life Sciences,

Kyushu University, Hakozaki 6-10-1, Higashi-ku, Fukuoka 812-8581, JAPAN

kubo@bio-math10.biology.kyushu-u.ac.jp

**Interdisciplinary Faculty of Science and Engineering,

Shimane University, Nishikawatsu-cho 1060, Matsue-shi, Shimane 690-8506, JAPAN

***The Institute of Statistical Mathematics, Midori-cho 10-3, Tachikawa, Tokyo 190-8562, JAPAN

Private conversation among students often disturbs classroom works in school. In order to resolve this problem, we need to clarify mechanisms of outbreaks and the spread of private conversation. Deguchi (2008; 2009) discussed it by using the decision-making model of people affected by the social environment called Dynamic social impact theory: DSIT (Latane *et al.*, 1994). We made a simulation based on the study of Deguchi (2009) and showed the relation between the rate of private conversation and arguments of N_{prob} and NW_{prob} by the contour graph. We also expressed the equation of the rate of private conversation based on the concept of mean field approximation.

1 Introduction

昨今、教育現場において授業中の私語の発生が問題視されている。授業中の反規範行為の中でも、学生自身の私語に対する嫌悪感は強く、注意されるべき反規範行為の第1位として私語が挙げられている(小牧・岩淵, 1997)。北折(2006)は、大学生の授業に対する評価と、授業中の私語の多さの関係を検証した。その結果、私語で騒がしい講義に比べ、静かな講義では肯定的な評価が多かった。とくに「その授業は笑が多い」「その授業は心から楽しめる」といった“楽しい雰囲気”因子については、静かな授業における評価が高く、興味深い点である(北折, 2006)。私語は、授業内容を聞き取りにくくするなど物理的問題を生じさせることはもとより、周辺の学生の授業に対する意欲を減退させ、教育目標を妨げる作用をもたらす。そのため、いかに私語の発生および伝播を抑制するか、その方法を考察することは、より効果的な教育を目指す上で重要な課題であるだろう。

私語問題の解決を目指す上で取り組むべきことのひとつは、私語発生の原因および私語伝播プロセスの解明である。出口(2008, 2009)は、私語発生の要因について、個人の規範意識(個人的要因)だけでなく、他の学生が私語を行なっているかどうか(環境的要因)が重要な影響を及ぼしていると指摘した。その上で、出口(2008, 2009)は、Latane, Nowak & Liu(1994)やLatane & L'Herrou(1996)などによるDSIT(Dynamic Social Impact Theory)を用いたシミュレーションによって、私語の発生・伝播過程を検討した。

DSIT とは、個人間の影響を決定する因子として、社会的地位や専門的技術、説得力などを表す「強度 (Strength)」、空間的または時間的な近さや会話による接触を表す「近接性 (Immediacy)」、影響力をもたらす人々の数である「人数 (Number)」の三つのクラスを掛け合わせた関数 $\hat{I} = f(SIN)$ を用いて、人々への社会環境からの影響を考察しようとする静的な「社会的インパクト理論 (Theory of social impact)」に、空間における位置関係や時間変化で動的に変化する機構を加え発展させたものである。DSIT の規則を元にしたセル・オートマトン (Cellular automata) によるシミュレーションで、社会現象の発生過程を調べた研究 (Latane *et al.*, 1994) も行なわれている。

出口 (2008) の研究では、DSIT の規則 (「周囲の状況による私語」を表す) に加え、ある一定の確率でランダムに私語を発生させる規則 (「周囲の状況によらない私語」を表す) を導入し、シミュレーションを行なった。この二つの規則から、「自分ひとりだけ」という個人的要因から始まった私語が、「他の学生も私語をしている」という環境的要因による私語を誘発し伝播していく過程を分析している。そして、「周囲の状況によらない私語」(個人的要因) の発生確率 (N_{prob}) を連続的に変動させ、シミュレーション全体の私語率との関係を調べることで、 N_{prob} には私語率を急激に変化させる閾値が存在することが示唆された (出口, 2008)。

また、出口 (2009) は、私語の伝播過程におけるより精確な検討のため、「周囲の状況によらない私語」(個人的要因) の規則を拡張し、「周囲の状況によらず、私語状態か、または沈黙状態になる」という規則を新たに導入した。個人的要因によって状態変容を行なう確率を N_{prob} 、この状態変容で私語状態になる確率を NW_{prob} とし、 N_{prob} と全体の私語率との関係を調べている。 NW_{prob} を 0.60 以上に設定した場合は、 N_{prob} と私語率の関係は非線形的なものとなり、閾値をすぎると私語率が急激に増加する傾向が見られた。また、当該セルに影響を与える周辺セルの個数パターンを変化させた結果、周辺の 80 個のセルを考慮する場合、およびムーア近傍 (8 個) を用いた場合は、ノイマン近傍 (4 個) を用いた場合と比較して、私語が全体に伝播しやすくなる閾値は大きくなった。このことから、私語を抑制する要因のひとつとして、一人ひとりが近くの学生に気を配ることが挙げられている (出口, 2009)。

本稿では、出口 (2009) のモデルを基に、私語形成のシミュレーションを行い、私語率と N_{prob} 、 NW_{prob} の関係を等高線グラフによって視覚的に表した。また、森林のギャップ動態をモデル化し、平均場近似とペア近似を用いた解析を行なった Kubo, Iwasa & Furumoto (1996) の研究を応用して、この私語形成モデルをより詳しく調べることを目的とした。

2 Model

このシミュレーションは、出口 (2009) の研究を基にした、2 次元セル・オートマトンによる個体ベースモデルから構成される。各セルは、「私語」「沈黙」のいずれかの状態を持ち、以下の 3 つの規則に従って自己の状態を変容させる。

規則 1 各セルは、規則 2 か規則 3 のいずれかをランダムに用いて自己の状態を変容させる。
規則 3 を用いる確率を N_{prob} とする。よって、規則 2 を用いる確率は $(1 - N_{prob})$ となる。

規則 2 Accumulative モデル (Latane *et al.*, 1994) を基に、近傍セルの状態にしたがって自らの状態を変容させる。

$$\text{imp } W = \left\{ \sum (w_i / d_i^2)^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{私語セル対象}) \quad (1.1)$$

$$\text{imp } S = \left\{ \sum (s_i / d_i^2)^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{沈黙セル対象}) \quad (1.2)$$

w_i, s_i はセルの強度であり、ここでは、 $w_i = s_i = 1$ とする。

d_i は自己セルとのユークリッド距離を表す。

$\text{imp } W > \text{imp } S$ のとき私語に、 $\text{imp } W < \text{imp } S$ のとき沈黙に状態を変え、 $\text{imp } W = \text{imp } S$ のときは現状を維持する。

規則3 近傍セルの状態を参照せず、私語状態か沈黙状態のいずれかにランダムに変容させる。

私語状態に変容させる確率は NW_{prob} とする。よって、沈黙状態に変容させる確率は $(1 - NW_{prob})$ となる。

シミュレーションにおけるセルの配置は、 20×20 の固定境界条件（端がつながっておらず、端に位置するセルの近傍セル数は少なくなる）マトリクスである。近傍パターンは、ムーア近傍（上下左右および斜め方向に近接する8個のセル）を採用する。距離はユークリッド距離を用いたが、ムーア近傍で定義される8セルは便宜上、全て距離1として計算した。全ての試行は全セルが沈黙状態から開始し、セルの状態はステップごとに全セル同時に更新した。 N_{prob} 、 NW_{prob} を0.00～1.00の範囲で0.05ずつ変化させ、ステップ数200のときの私語率（全セル中の私語状態セルの割合）を計算し、等高線グラフで表した（Figure 1）。

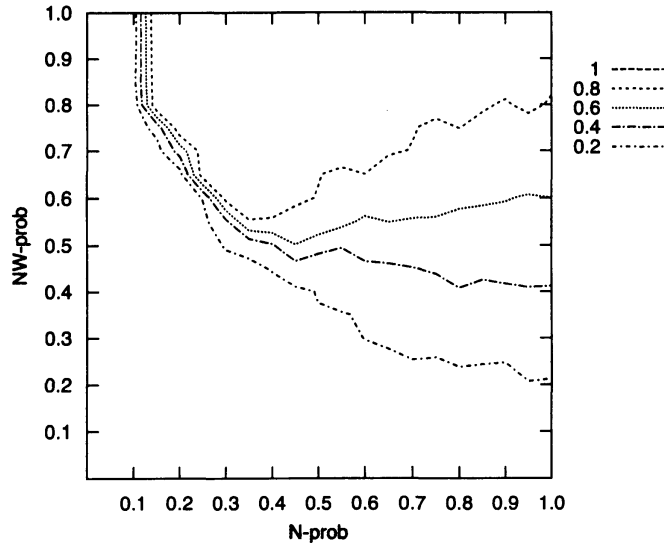


Figure 1 N_{prob} 、 NW_{prob} と私語率の関係（シミュレーションによる）

3 Mean-field approximation

Kubo *et al.* (1996) を元に、平均場近似の式を導出する。はじめに、規則2による、近傍セルの状態にしたがって自らの状態を変容させるプロセスがないと仮定すると、私語状態(ω)から沈黙状態(σ)に変わる速度 b と、沈黙状態から私語状態に変わる速度 d は以下のように表せる。

$$b = N_{prob} \times (1 - NW_{prob}) \quad (2.1)$$

$$d = N_{prob} \times NW_{prob} \quad (2.2)$$

ただし、記号(\times)は乗算を表す。ここで、全体の私語セルの割合を考える。 ρ_σ を全体の沈黙セルの割合とし、 ρ_ω を私語セルの割合とする。これをそれぞれ沈黙状態と私語状態の全体密度と呼ぶ。したがって、私語状態の全体密度のダイナミクスは、

$$\frac{d\rho_\omega}{dt} = -(b + \delta q_{\sigma/\omega})\rho_\omega + (d + \varepsilon q_{\omega/\sigma})\rho_\sigma \quad (3)$$

$q_{\sigma/\omega}$ 、 $q_{\omega/\sigma}$ は条件付き確率である。例として $q_{\sigma/\omega}$ は、私語状態 (ω) セルの近傍でランダムに選ばれたセルが沈黙状態 (σ) である確率を表す。

では、ここで空間構造を無視した仮定を考える。すなわち、局所密度と全体密度は同じであるとする。と、 $q_{\sigma/\sigma} = q_{\sigma/\omega} = \rho_\sigma$ 、 $q_{\omega/\omega} = q_{\omega/\sigma} = \rho_\omega$ となる。また、条件付き確率の定義より、 $\rho_\sigma = 1 - \rho_\omega$ 、 $q_{\sigma/\omega} = 1 - q_{\omega/\omega}$ 、 $q_{\omega/\sigma} = \frac{\rho_\omega}{1 - \rho_\omega}(1 - q_{\omega/\omega})$ 、 $q_{\sigma/\sigma} = \frac{1 - 2\rho_\omega + q_{\omega/\omega}\rho_\omega}{1 - \rho_\omega}$ と表せる (巖佐, 2008)。したがって、式(3)は以下のように書き改めることができる。

$$\frac{d\rho_\omega}{dt} = d - (b + d + \delta - \varepsilon)\rho_\omega + (\delta - \varepsilon)\rho_\omega^2 \quad (4)$$

$\frac{d\rho_\omega}{dt} = 0$ から、 $\delta - \varepsilon \neq 0$ のとき、この式を解くと、

$$\rho_\omega = \frac{(b+d+\delta-\varepsilon) \pm \sqrt{(b+d+\delta-\varepsilon)^2 - 4(\delta-\varepsilon)d}}{2(\delta-\varepsilon)} \quad (5)$$

となる。式(2)を式(5)に代入すると、

$$\rho_\omega = \frac{(N_{prob} + \delta - \varepsilon) \pm \sqrt{(N_{prob} + \delta - \varepsilon)^2 - 4N_{prob}NW_{prob}(\delta - \varepsilon)}}{2(\delta - \varepsilon)} \quad (6)$$

が得られる。平方根の符号は負を採用し、 $\delta - \varepsilon = 0.2$ 、引数 N_{prob} 、 NW_{prob} としたときの ρ_ω の値を等高線グラフで表した (Figure 2)。

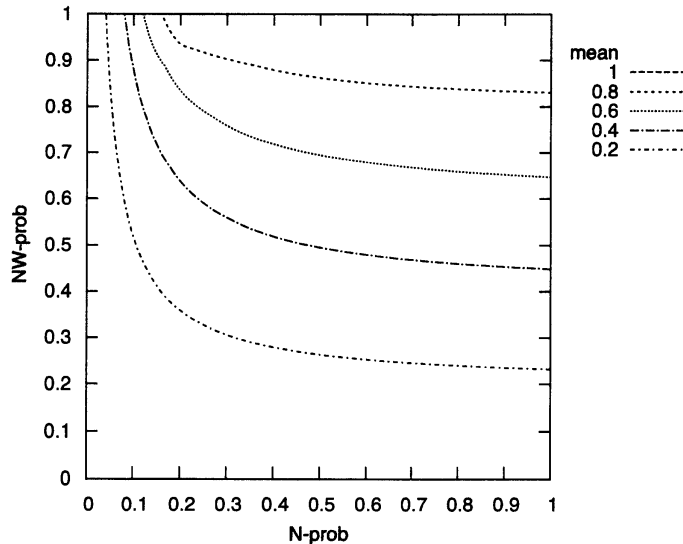


Figure 2 N-prob、NW-prob と私語率の関係 (平行場近似による)

4 Discussion

このシミュレーションモデルにおいて、「周囲の状況による私語」、すなわち、規則 2 で定められる環境的要因による私語の伝播がない場合を考える。このとき、確実に「周囲の状況によらない私語」を与える規則 3 が選ばれることになるので、 $N_{prob} = 1.00$ である。規則 3 では、私語状態になる確率を NW_{prob} 、沈黙状態になる確率を $(1 - NW_{prob})$ と定めているので、私語率は全体として NW_{prob} に等しくなる。このことはシミュレーションの結果 (Figure 1) で確認できる。同様に、平均場近似の結果 (Figure 2) においても、 $N_{prob} = 1.00$ の条件では、私語率が NW_{prob} にほとんど等しくなっていることがわかる。

次に、シミュレーションの結果 (Figure 1) と平均場近似の結果 (Figure 2) を比較する。 N_{prob} 、 NW_{prob} に対する私語率の大まかな動態は、双方で似ていると考えていいだろう。しかし、シミュレーションにおいては N_{prob} の値が比較的小さい場合に、私語率が NW_{prob} の値を越える領域があることがわかる。これは、 N_{prob} の値が小さいときは、規則 2 が選ばれる確率が高くなり、近傍セルが当該セルの状態変化に大きな影響をもたらすからだと推測できる。平均場近似の結果に、私語率が NW_{prob} の値を越える領域が表れてこないのは、平均場近似が空間構造を無視した、局所的な状態密度と全体の状態密度を同一だとする仮定を置いていることに依ると考えられる。シミュレーションの場合では、局所的なセルの状態の集中が周りのセルへの更なる状態変化を促し、その結果として私語率がより高くなる効果が生じる。対して、平均場近似の場合は、全体密度による近似によって、そのような効果を生じなくさせているのである。

平均場近似の結果では、シミュレーションによる私語率の動態を適切に近似できているとは認めがたい。私語率が NW_{prob} の値を越える領域についてより詳しく理解するには、近傍セルの状態の局所密度を考慮したペア近似による解析を試す必要がある。また、本稿では、式(6)において経験的に平方根の符号を負とし、 $\delta - \varepsilon = 0.2$ と与えて近似値を得たが、異なる条件を与えたときの値の変化を厳密に調べるものが求められるだろう。これらを今後の課題としたい。

5 References

- 巖佐庸 (2008) . 生命の数理. 共立出版.
- 北折光隆 (2006) . 授業中の私語に関する研究—悪質性評価の観点から—. 金城学院大学論集 (人文科学編) , 3, 1-8.
- Kubo, T., Iwasa, Y., & Furumoto, N. (1996). Forest spatial dynamics with gap expansion: total gap area and gap size distribution. *Journal of theoretical Biology*, 180(3), 229-246.
- 小牧一裕・岩淵千明 (1997) . 授業規範—反規範行為における意識構造—. 日本心理学会第 61 回大会発表論文集, 381.
- 出口拓彦 (2008) . ダイナミック社会的インパクト理論を援用した私語発生過程のシミュレーション—「自分ひとりくらい」で済むとき・済まないとき—. 藤女子大学紀要 (第 II 部) , 45, 1-11.
- 出口拓彦 (2009) . 教室における私語発生過程のセル・オートマトン法によるシミュレーション. 教育実践総合センター研究紀要, 18, 117-124.
- Latané, B., & L'Herrou, T. (1996). Spatial clustering in the conformity game: Dynamic social impact in electronic groups. *Journal of Personality and Social Psychology*, 70(6), 1218.
- Latané, B., Nowak, A., & Liu, J. H. (1994). Measuring emergent social phenomena: Dynamism, polarization, and clustering as order parameters of social systems. *Behavioral science*, 39(1), 1-24.